Odhad hmotnosti IX. planety na základě sluneční aktivity

Pavel Kalenda, CoalExp, Pražmo, pkalenda @volny.cz
Pavel Pintr, Ústav fyziky plasmatu AV ČR, Praha
Vilém Mikula, Catholic University of America

Abstrakt
V letech 2016 a 2017 byla odhadnuta hmotnost hypotetické IX. planety na 10 hmotností Země na základě gravitačního působení trans-Neptunických objektů (TNO), které mají zcela nenáhodně synchronizovány své orbity (Batygin and Brown 2016, Witze 2016, Leon et al. 2017).
Na základě modelu sluneční aktivity (Kalenda a Málek 2006, 2008, Mörner 2012, Salvador 2013), který odráží vzájemné pozice mezi planetami, Sluncem a barycentrem Sluneční soustavy, má na polohu barycentra vliv také rozložení významných nesymetrických hmot na periferii Sluneční soustavy. Pokud jsme použili diskový model Sluneční soustavy, pak odhadovaná hmotnost největšího tělesa byla cca 2 hmotnosti Země a jeho velká poloosa byla nereálně malá cca 105 AU (Kalenda a Málek 2006). Pokud jsme použili analýzu rotačních momentů klastru neznámých těles, tak jejich celková hmotnost byla odhadnuta na 2,3 hmotnosti Země a poloměr středu klastru byl odhadnuta na 1140 AU (Kalenda a Málek 2008). Pokud jsme zvolili za základ rozložení hmot membránový model, tak největší planeta ve 3. vlně (grupě kamenných těles) by měla hmotnost cca 1 hmotnost Země a střed vlny by měl být okolo 270 AU (Pintr a kol. 2008).
V tomto příspěvku jsme předpokládali existenci pouze jednoho dominantního tělesa za Kuiprovým pásem, které má zásadní vliv na dráhy TNO. Periodu oběhu Slunce okolo barycentra jsme upřesnili na základě všech dostupných period sluneční aktivity a klimatických změn tak, že jsme minimalizovali součtovou kvadratickou chybovou funkci interferenčních period Slunce-barycentrum-Jupiter, Slunce-barycentrum-Saturn, Slunce-barycentrum-Uran a Slunce-barycentrum-Neptun od pozorovaných dominantních period ve sluneční aktivitě a klimatu (11 let, 22 let, 33 let, 61,3 let, 79,2 let, 155 let a 208 let). Potom aktuální střední perioda oběhu Slunce okolo barycentra je 25,14 let. Pro předpokládané velké poloosy orbit mezi 550, 1000 a 2000 AU vychází odhad hmotnosti IX. planety na méně než 4 MZ, 2 MZ a 1 MZ i při velké excentricitě dráhy. Pokud by na orbitě s velkou poloosou 550 AU byla IX. planeta s hmotností 10 mZ, jak předpokládají Batygin and Brown (2016), pak by oběžná doba Slunce okolo barycentra musela být delší než 50 let, což nebylo pozorováno ve sluneční aktivitě.

1. ÚVOD

V letech 2016 a 2017 byla na základě grupování perihélií a velkých inklinací orbit trpasličích planet za dráhou Neptuna (TNO) odhadnuta dráha a hmotnost tzv. IX. planety přibližně na 10 hmotností Země (Batygin and Brown 2016, Witze 2016, Leon et al. 2017, Wikipedie 2016).

Podle naší hypotézy (Kalenda a Málek 2006), hypotézy I. Wilsona et al. (2008) nebo N.-A. Mörnera (2012) reaguje Slunce svou aktivitou na změnu gravitačního pole danou vzájemným postavením všech planet ve Sluneční soustavě. V čase se tak mění jak vzdálenost Slunce od barycentra SS (Jose 1965), tvar orbity Slunce (Jakubcová and Pick 1987, Charvátová (1988, 1990, 1997, Charvátová and Střeštík 1991), tak také orbitální a spinové rotační momenty Slunce a planet (Kalenda a Málek 2006) a momenty hybnosti (Kalenda and Málek 2008), které korelují se sluneční aktivitou, jak ukázal už Jose (1965).

Ve sluneční aktivitě tak můžeme detekovat různé cykly, které odrážejí měnící se vlivy jednotlivých planet. Nejvýraznějším cyklem je Haleův cyklus (cca 22,8 let), za který se vystřídá magnetická polarita hlavního dipólu, respektive poloviční Schwabeho perioda cca 11,4 let (Schwabe 1838), kdy narůstá sluneční aktivita do svého maxima a zpět k minimu. Ve sluneční aktivitě jsou pozorovatelné i další cykly,

například 178 let (Jose 1965), 89 – 90 let (Gleisbergova klimatická perioda) (Abreu 2012), 60 let pozorovaná například na polárních zářích (Křivský a Pejml 1988) a další.

Protože cyklické výkyvy sluneční aktivity jsou známé a známé jsou také polohy všech velkých planet, které mají zásadní gravitační i slapový vliv na Slunce, jedinou neznámou při výpočtu vzájemné polohy planet vůči Slunci a vůči barycentru SS je poloha samotného těžiště SS. Na tu má kromě plynných obřích planet také velký vliv relativně velká hmota na periferii SS (díky své vzdálenosti). Například těleso o hmotnosti 10 Zemí by ve vzdálenosti 800 AU mělo téměř 5x větší vliv (moment) na barycentrum než Jupiter a těleso o hmotnosti Země by mělo „pouze" poloviční vliv než Jupiter, srovnatelný s vlivem Saturna. Proto bychom měli být schopni odhadnout dosud neznámé hmoty ve Sluneční soustavě za předpokladu, že známe přibližně jejich velké poloosy nebo oběžné doby. Za předpokladu, že mezi Neptunem a Oortovým oblakem je pouze jedno významnější těleso (IX. planeta), měli bychom být schopni odhadnout s maximálně 50% chybou jeho hmotnost i pro velice excentrickou předpokládanou dráhu.

2. STŘEDÍ OBĚŽNÁ DOBA SLUNCE OKOLO BARYCENTRA SLUNEČNÍ SOUSTAVY

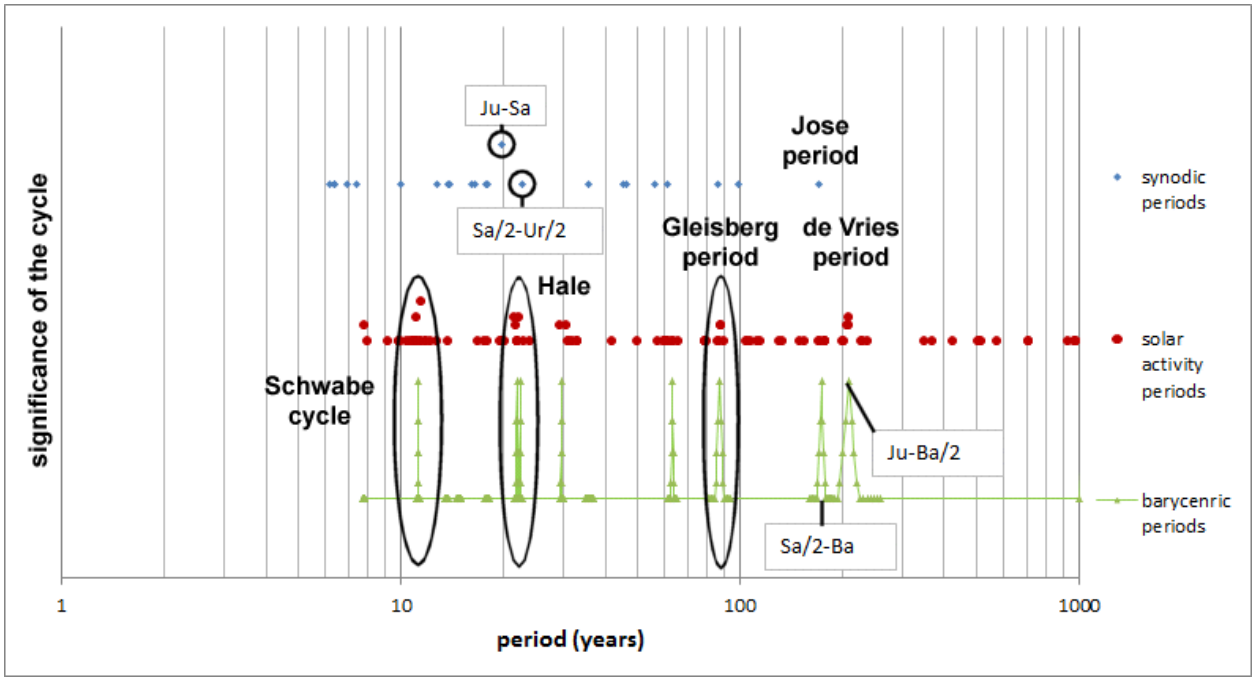
Pokud připustíme, že sluneční aktivita je svázána s přenosem orbitálních rotačních momentů planet na Slunce do formy spinového rotačního momentu (Landscheidt 1987, Mörner 2012, Salvador 2013), pak pro střední společnou periodu všech planet okolo barycentra musí platit, že zejména Jupiter jako gravitačně i momentově dominantní těleso SS musí přibližně 11,4 let (střední délka slunečního cyklu) urychlovat rotaci Slunce a přibližně 11,4 let zpomalovat rotaci Slunce. Za celou periodu přibližně 22,8 let musí Jupiter oběhnout barycentrum a Slunce tak, že půl cyklu je pořadí (trojúhelník) Ju-B-S a půl cyklu je pořadí (trojúhelník) S-B-Ju (viz Salvador 2013). Společná perioda Ju-Slunce (SB) okolo barycentra musí tedy být $1/(1/T_{Ju} - 1/T_{SB}) \approx 22{,}8$ let, kde T_{Ju} je siderická perioda Jupitera a T_{SB} je siderická perioda Slunce okolo barycentra Sluneční soustavy (SS), která je totožná se střední společnou periodou všech planet (všech hmot SS kromě Slunce) okolo barycentra. Střední perioda oběhu Slunce okolo barycentra T_{SB} pak vychází přibližně 24,9 let. Kalenda a Málek (2006) porovnali první derivaci gravitační síly všech známých planet na Slunce se sluneční aktivitou a ukázali, že pokud tuto derivaci promítnou do směru, který rotuje okolo Slunce s periodou přibližně 12,44 let (polovina z 24,89 let), pak koeficient korelace této derivace se sluneční aktivitou se pohybuje okolo 0,8 a více kromě 20-letých úseků, které se opakují v rytmu 60 let (Charvátová 1990, 1997).

Tuto indicii o střední periodě oběhu Slunce okolo barycentra (T_{SB}) můžeme doplnit o další podmínky. Pokud se jedná skutečně o střední periodu oběhu Slunce okolo barycentra, pak by se tato perioda měla promítat do sluneční aktivity a klimatických změn na Zemi přes interferenční periody se všemi největšími planetami.

Můžeme tedy z pozorování aktivity Slunce nebo klimatu na Zemi zjistit, jaké jsou tyto nejvýznamnější periody. Je evidentní, že celá perioda sluneční aktivity (přibližně 22,8 let – Hale cycle) je tvořena dvěma různě dlouhými „půlperiodami" o střední délce přibližně 11,4 let (Schwabe cycle). Sudé a liché sluneční cykly nejsou fyzikálně ekvivalentní (Gnevyshev-Ohl rule), protože urychlování rotace Slunce proti směru jeho otáčení a ve směru otáčení dává různé efekty. Vznikaly by tak různě amplitudově velká elektrická a magnetická pole na Slunci díky různě velké diferenciální rotaci zejména na tachoklině.

Pokud 11-letý cyklus sluneční aktivity odpovídá polovině oběhu Jupitera okolo barycentra vůči Slunci, měly by ve spektru sluneční aktivity být vidět i cykly, vyvolané obdobně Saturnem jako tělesem s druhým největším gravitačním vlivem na Slunce. Jaké jsou tedy nejdůležitější (nejvýznamnější) periody pozorované ve sluneční aktivitě a/nebo v klimatických změnách na Zemi (jako odraz sluneční aktivity)? Jednou z nejdůležitějších period synchronizace celé SS je Joseho perioda přibližně 178 let (Jose 1965). Její půlperioda (89 let) je blízká klimatické Gleisbergově periodě (86-88 let) (Sharp 2014, Abreu 2012, Meyer 2006, Mörner 2012). Také 22-letá Haleho perioda nemusí být vyvolána pouze vlivem Jupitera na Slunce, ale může být synchronizována také s vlivem Saturna (pokud uvážíme společnou periodu poloviny oběhu Slunce okolo barycentra ($T_{SB}/2 \approx 12{,}5$ let) a siderické periody Saturna (29,43 let). Obdobně Salvator (2013) ukázal, že společná synchronizace V-E-Ju má periodu blízkou 22 rokům. Významnou periodou ve sluneční aktivitě je de Vriesův cyklus 208 let (Mörner 2012), který je vidět i ve spektru ^{14}C (Abreu 2012). Tato perioda je blízko vzájemné periodě Jupitera a poloviny periody oběhu Slunce okolo barycentra ($T_{SB}/2 \approx 12{,}5$ let).

Hledali jsme tedy takovou periodu oběhu Slunce okolo barycentra SS (T_{SB}) v předpokládaném intervalu hodnot 24,87 let – 25,37 let, jejichž vzájemné periody a půlperiody s Jupiterem, Saturnem a případně Uranem a Neptunem budou blízko těmto významným periodám sluneční aktivity a/nebo periodám klimatických změn (viz obr. 1). V hranaté závorce jsou uvedeny možné vzájemné periody, vůči kterým bylo provedeno srovnání (a sčítán součet kvadratických odchylek):



Obr. 1 – Významné periody ve sluneční aktivitě (a klimatu) a vzájemné periody Ju, Sa a Ur pro různé doby oběhu Slunce okolo barycentra (T_{SB}). Maximum na křivce (T_{SB}) (zeleně) označuje periodu 25,17 let.

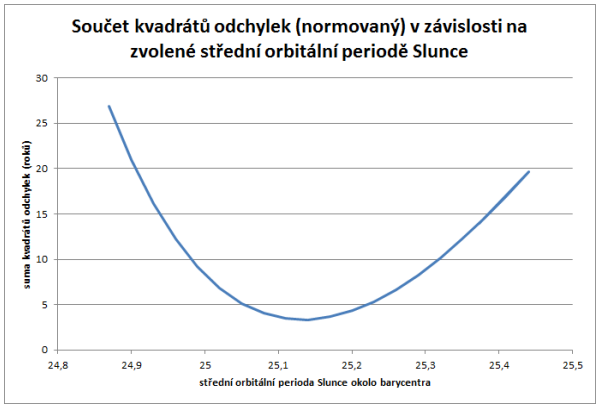
11,09 let (Channon 2011), [(Ju - SB)/2]
11,4 let (průměrná délka cyklů 1 – 23), [(Ju - SB)/2]
21,6 let (Solheim 2013), [(Ju - SB) ; (Sa – SB/2)]
21,76 let (Meyer 2006), [(Ju - SB) ; (Sa – SB/2)]
22,3 let (Wilson 2008), [(Ju - SB) ; (Sa – SB/2)]
29,5 let (Scafetta 2013), [(Ne – SB)]
30,82 let (Meyer 2006), [(Ne – SB)]
33 let (Jelbring 1995), [(Sa/2 – SB); (Ur / Ba)]
61,34 let (Scafetta 2012), [(Ur/2 – SB)]
79,2 let (Javaraih 2005), [(Sa – SB)/2]
155 let (Solheim 2013), [(Sa – SB)]
208 let (Callebaut 2012), [(Ju – SB/2)]
209 let (Abreu 2012), [(Ju – SB/2)]

Sčítáno bylo všech 17 kvadratických odchylek se stejnou váhou podle vztahu

$$E = \Delta T_i^2 / T_i \qquad /1/$$

Výsledek je na Obr. 2. Nejmenší normovaný součet kvadrátů odchylek byl získán pro periodu oběhu Slunce okolo barycentra (T_{SB}) = 25,14 let.

Protože nejcitlivěji se chová ke změnám zvolené půlperiody oběhu Slunce okolo barycentra SS (T_{SB} /2 ≈ 12,58 let) vzájemná perioda s blízkou periodou Ju (cca 208 let), de-facto ona rozhodla o kvantifikaci T_{SB} na 25,14 let. Můžeme tak říci, že většina sluneční aktivity je ovlivněna Jupiterem a částečně i Saturnem a nepatrně i Uranem. Protože se jejich pozice (a pozice Slunce) vztahuje k barycentru Sluneční soustavy, promítají se do něj i všechna vzdálená tělesa svými momenty $m_i * r_i$, tedy i ta na periferii Sluneční soustavy.



Obr. 2 – Normovaný součet kvadrátů odchylek vypočtených společných period planet a Slunce okolo barycentra (T_{SB}) v závislosti na zvolené periodě T_{SB}.

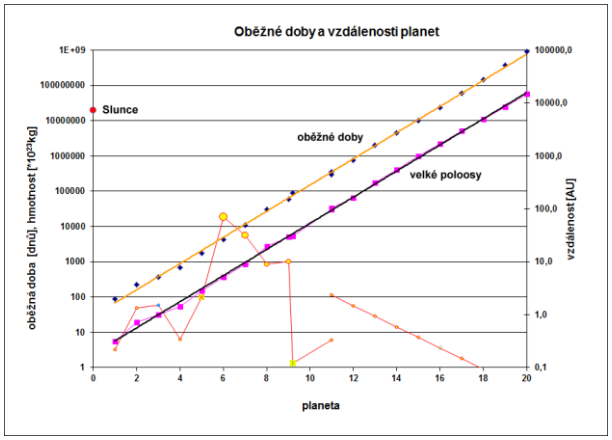
3. DISTRIBUCE HMOTY VE SLUNEČNÍ SOUSTAVĚ

Nyní, když známe střední dobu oběhu Slunce okolo barycentra SS (25,14 let), respektive střední vzájemnou periodu Slunce – Jupiter vůči barycentru (22,48 let), jsme schopni na základě nějaké zvolené distribuce hmot ve Sluneční soustavě odhadnout i hmotnosti jednotlivých těles na jednotlivých předpokládaných orbitách.

Pro distribuci hmoty ve Sluneční soustavě předpokládáme, že dnešní stav je výsledkem vývoje distribuce hmoty z protoplanetárního disku (viz obr. 3) vzájemným gravitačním působením všech těles na sebe navzájem.

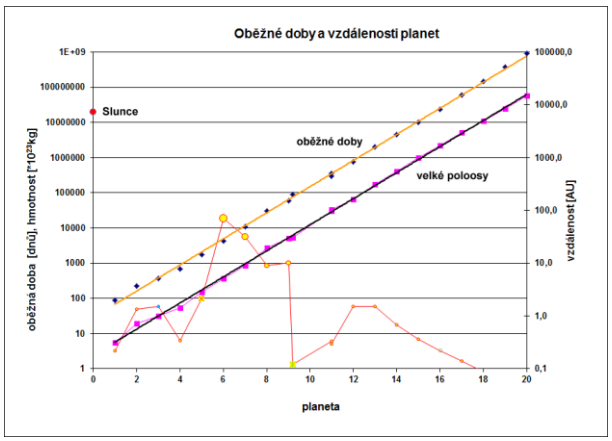
Když si vyneseme do logaritmického grafu parametry (hmotnost, velkou poloosu a oběžnou dobu) všech známých planet tak vidíme, že tvoří téměř monotónní

posloupnost (v logaritmickém měřítku) (viz obr. 3). Můžeme proto označit jejich orbity čísly (0 = Slunce, 1 = Merkur, 2 = Venuše, 3 = Země, 4 = Mars, 5 = pás planetek, 6 = Jupiter, 7 = Saturn, 8 = Uran, 9 = Neptun, 10 = Kuiprův pás, 11 – 17 = trpasličí planetky, 18 až 24 = Oortův oblak)..



Obr. 3 – Rozložení teoretických hmotností v protoplanetárním disku Sluneční soustavy

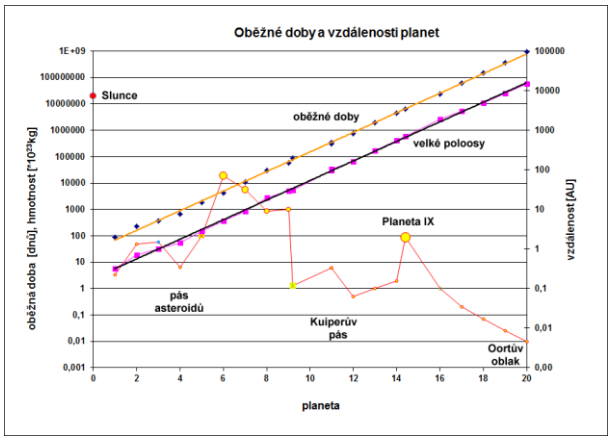
V roce 2006 jsme předpokládali, že distribuce hmoty za Kuiprovým pásem se bude spíše blížit výchozímu stavu a hmotnosti trpasličích planet budou postupně klesat se vzdáleností od Slunce (viz obr. 3) (Kalenda a Málek 2006). Když budeme předpokládat, že od orbity č.11 se budou ve Sluneční soustavě nacházet obdobně rozložené hmoty jako v původním protoplanetárním disku, tak můžeme (s jedním stupněm volnosti) odhadnout jejich velikost tak, aby Slunce mělo oběžnou dobu okolo barycentra s periodou 25,14 let. Na orbitách 11 a 12 (velké poloosy 105 AU a 160 AU) by pak musely být planety větší než Země, což není pozorováno a je toto vyloučeno existencí trpasličích planet v těchto vzdálenostech od Slunce.



Obr. 4 – Pravděpodobné rozložení hmotností ve Sluneční soustavě podle membránového modelu (Pintr et al. 2008)

Při analýze harmonického uspořádání těles ve Sluneční soustavě se ukázalo, že distribuce hmot je podobná atomu a je ji možno popsat membránovou distribuční funkcí. V tomto případě by distribuce hmot tvořila tři maxima (terestrické planety, plynní obři a dosud neznámé trpasličí planety) (viz obr. 4) (Pintr et al. 2008). V tomto případě by 2 – 4 větší tělesa byla koncentrována okolo orbit č. 14 – 15 (3. vlna v membránovém modelu ve vzdálenosti 500 – 1000 AU od Slunce). Tam by se mohla nacházet tělesa srovnatelná s Marsem (Sedna má asi 0,5% hm Marsu), ale případná dvě největší tělesa na orbitách 12 a 13 (velké poloosy 160 AU a 310 AU) by mohla být svými hmotnostmi srovnatelná se Zemí. Taková tělesa dosud nebyla nalezena, zato v těchto vzdálenostech od Slunce byla nalezena řada planetek (TNO) o průměrech až 600 km na orbitách s velkými inklinacemi a s velkými excentricitami (Batygin and Brown 2016).

V roce 2008 odhadli Kalenda a Málek na základě kolísání rotačního momentu celé Sluneční soustavy, že by se zde mělo nacházet minimálně jedno větší těleso s nejpravděpodobnější hmotností 2,3 mZemě a s velkou poloosou 1050 AU, které by bylo schopno eliminovat 2/3 výkyvů (ty by se v uzavřeném systému neměly vyskytovat).



Obr. 5 - Pravděpodobné rozložení hmotností pro jednu významnější planetu IX (Leon et al. 2017)

Batygin a Brown (2016) předpokládají, že synchronizaci průchody perihéliemi trpasličích planet (UB313, Sedna a dalších) a jejich sklon orbit způsobuje jedno větší těleso. Předpokládána hmotnost je podle autorů 5 – 20 mZemě a velkou poloosu 600 – 800 AU, tedy mezi orbitami 14 a 15 (Brown and Batygin 2016).

Při znalosti střední úhlové rychlosti všech těles ve Sluneční soustavě, tedy jinými slovy střední době oběhu Slunce okolo barycentra, která je 25,14 let, můžeme odhadnout, jakou hmotnost by mohlo mít jedno těleso v různých vzdálenostech od barycentra tak, aby byla splněna výše uvedená podmínka oběžné periody Slunce. Pokud by ostatní tělesa kromě IX. planety měly hmotnosti srovnatelné s UB313 a takových těles nebylo více než 10 v pásu mezi orbitami 13 – 17, pak by hmotnost IX. planety na orbitě č.15 (1000 AU) jistě nepřekročila 1 mZemě a s největší pravděpodobností by měla hmotnost 0,6 mZemě. Pokud by byla velká poloosa „pouze“ 550 AU (na orbitě č.14), pak by hmotnost IX. planety nepřekročila 2 mZ a s největší pravděpodobností by její hmotnost byla 1,1 mZemě. Pokud by měla IX. planeta velkou poloosu 700 AU, pak by její hmotnost byla asi 1,5 mZemě.

Pokud by na orbitě č.14 byla IX. planeta s hmotností 10 mZ, pak by oběžná doba Slunce okolo barycentra musela být delší než 50 let a nebyl by pozorován cyklus sluneční aktivity a současně klimatický cyklus s periodou 208 let. Pokud by tato planeta byla až na orbitě č.15, pak by oběžná doba Slunce okolo barycentra byla 126 let, což je zcela nereálné a nemohly by být pozorovány zejména dlouhodobé cykly sluneční aktivity deVriesův a Gleisbergův a pravděpodobně bychom pozorovali 6,5-letý cyklus sluneční aktivity.

4. ZÁVĚR

.

Analýzou sluneční aktivity a porovnáním s derivací gravitačních sil bylo zjištěno, že pokud tyto síly vztáhneme k nějaké periodě (přibližně 25 let), pak spolu dobře korelují. Tato neznámá perioda může představovat střední oběžnou periodu Slunce okolo barycentra celé Sluneční soustavy (včetně neznámých hmot). Pro zpřesnění střední periody oběhu Slunce okolo barycentra byly použity nejvýznamnější periody ve sluneční aktivitě (a potažmo klimatu na Zemi, které je na sluneční aktivitě závislé). Většinu hlavních period sluneční aktivity tvoří synodické periody Jupitera nebo Saturnu (a jejich poloviny) s periodou oběhu Slunce okolo barycentra (a jeho poloviny). Optimálním se jeví délka této periody 25,14 let.

Když doplníme dosud neznámé hmoty do Sluneční soustavy tak, aby střední oběžná perioda Slunce okolo barycentra byla právě oněch 25,14 let, pak mezi Kuiperovým pásem a Oortovým oblakem můžeme uvažovat tři různé distribuce hmot: a) obdobnou, jako byla v protoplanetárním disku, b) harmonickou se třemi vrcholy v SS podle membránového modelu nebo c) s jednou velkou IX. planetou podle Batygina a Browna. Distribuce hmot ad a) je nepravděpodobná, protože velká tělesa (větší než 3mZ) nebyla ve vzdálenostech do 100 AU pozorována. Distribuce ad b) předpokládá 2 – 4 srovnatelně velká tělesa s vrcholem distribuce (velkými poloosami) mezi 500 – 1000 AU, což nejnovější analýzy orbit trpasličích planet vylučuje. Naopak, tyto orbity ukazují na existenci IX. planety, která by pak mohla mít maximální hmotnost 4 mZ (550 AU) nebo 2 mZ (1000 AU). Vyloučena jsou jakákoli hmotná tělesa s hmotností větší než 10 mZ. Pokud uvažujeme jedno dominantní těleso s velkou poloosou 600 – 800 AU, pak jeho nejpravděpodobnější hmotnost se může pohybovat v mezích 1,1 – 1,9 mZemě s nejpravděpodobnější hodnotou 1,5 mZemě a velkou poloosou 710 AU.

LITERATURA

Konstantin Batygin, Michael E. Brown (2016): Evidence for a Distant Giant Planet in the Solar Systém. Earth and Planetary Astrophysics-ph.EP), arXiv:1601.05438.

*Batygin, Konstantin; Brown, Michael E. (2016). "Generation of Highly Inclined Trans-Neptunian Objects by Planet Nine". The Astrophysical Journal Letters. **833** (1): L3. arXiv:1610.04992. Bibcode:2016ApJ...833L...3B. doi:10.3847/2041-8205/833/1/L3.*

Batygin K., Brown M. E. (2016): OBSERVATIONAL CONSTRAINTS ON THE ORBIT AND LOCATION OF PLANET NINE IN THE OUTER SOLAR SYSTEM, The Astrophysical Journal Letters,824:L23 (9pp), 2016 June 20.

Gleissberg,W., Evidence for a long solar cycle, *Observatory* **66**, No. 827, 123–125, 1945.

Hale, G.E., and Nicholson, S.B., The law of sun-spot polarity, *Astrophys. J.* **62**, 270, 1925.

Charvátová, I. (1988): The solar motion and the variability of solar activity. Advances in Space Res. 8, 7, 147-150.

Charvátová, I. (1990): The relations between solar motion and solar variability. Bull. Astr. Inst. Czechosl.. 41, 56-59.

Charvátová, I. and Střeštík,J. (1991): Long-term variations in duration of solar cycles. Bulletin of Astronomical Institutes of Czechoslovakia, vol. 42, no. 2, p. 90-97.

Charvátová, I. (1997): Solar motion (main article), in Encyklopedia of Planetary Sciences (Eds. J.H.Shirley and R.W.Fairbridge), Chapman & Hall, New York, London, pp.748-751.

Jakubcová I., Pick M. (1987): Correlation between solar motion, earthquakes and other geophysical phenomena. *Ann. Geophys.* 5B, 135-142.

Jose, P. D. (1965): Sun's motion and sunspots, Astron. J., 70, 193±200.

Kalenda, P., Málek, J. (2006): Sluneční aktivita je řízena slapy na Slunci. 18. celoštátny slnečný seminár, Modra, Slovensko. http://stara.suh.sk/obs/slnsem/18css/kalenda.pdf.

Kalenda, P., Málek, J. (2008**):** Je sluneční aktivita spojená s variacemi momentu hybnosti Slunce? Zborník referátov z 19. celoštátneho slnečného seminára, 36-44. (ISBN verzie na CD: 978-80-85221-60-2). http://stara.suh.sk/obs/slnsem/19css/kalenda.pdf.

Křivský, L. Pejml, K. (1988): Solar activity aurorae and climate in Central Europe in the last 1000 years. Bulletin of the Astronomical Institute of the Czechoslovak Academy of Sciences No 75. http://www.ngdc.noaa.gov/stp/aeronomy/aurorae.html.

Landscheidt, T. (1987): Solar rotation, impulses of the torque in the Sun´s motion, and climatic variation. *Climatic Change,* 12 (1988) 265-295.

Mörner, N.-A. (2012): Planetary beat, solar wind and terrestrial climate. *Chapter 2 – in: Solar Wind: Emission, Technologies and Impacts – p. 47-66, 2012*

Schwabe, H., *Astr. Nachr.* **15**, 243, 1838.

Solanki, S.K., Motamen S., and Keppens, R., Polar spots and stellar spindown: is dynamo
saturation needed? *Astron. Astrophys.* **325**, 1039–1044, 1997.

Solanki, S.K., and Unruh, Y., A model of the wavelength dependence of solar irradiance
variations, *Astron. Astrophys.* **329**, 747–753, 1998.

Solanki, S.K., Sch¨ussler, M., and Fligge, M., Evolution of the Sun's large-scale magnetic
field since the Maunder Minimum, *Nature* **408**, 445–447, 2000.

Solanki, S.K., Sch¨ussler, M., and Fligge, M., Secular variation of the Sun's magnetic flux,
Astron. Astrophys. **383** 706–712, 2002.

Weiss, N.O., and Tobias, S.M., Physical causes of solar activity, *Space Sci. Rev.* **94**, 99–
112, 2000.

I. R. G. Wilson, B. D. Carter, and I. A. Waite (2008): Does a Spin–Orbit Coupling Between the Sun and the Jovian Planets Govern the Solar Cycle? *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2008, 25, 85–93.

*Witze, Alexandra (2016). "Evidence grows for giant planet on fringes of Solar System". Nature. **529** (7586): 266–7. Bibcode:2016Natur.529..266W. PMID 26791699. doi:10.1038/529266a.*

Wikipedie (2016): Planet_nine. https://en.wikipedia.org/wiki/Planet_Nine